

Вестник НГУ (серия: Информационные технологии)

Главная

Поиск на сайте:

 Поиск

Издания

- Новости
- ▽ Редакция
 - Редакционная коллегия серии
 - Редакционный совет серии
 - Редакционный совет журнала
- Информация для авторов
- ▽ Том 6 (2008 г.)
 - Выпуск 1
 - Выпуск 2
 - Выпуск 3
- ▽ Том 7 (2009 г.)
 - Выпуск 1
 - Выпуск 2

А. А. Романенко, П. В. Татаринцев "АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОРМЫ НАЧАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ В ИСТОЧНИКЕ ЦУНАМИ"

АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОРМЫ НАЧАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ В ИСТОЧНИКЕ ЦУНАМИ

Одна из проблем при моделировании волны цунами связана с недостатком данных о форме возмущения водной поверхности в эпицентре события. Существующие методы определения этой начальной формы не позволяют быстро и с достаточной точностью получить все требуемые параметры землетрясения, поэтому для оценки формы водной поверхности используются, например, данные о профиле волны при ее прохождении через глубоководный мареограф. В работе предлагается еще один подход к решению задачи восстановления формы возмущения в эпицентре, а именно: аппроксимация записи глубоководного мареографа линейной комбинацией синтетических (расчетных) мареограмм. Метод позволяет за меньшее время получить более точную форму исходного возмущения. Была разработана математическая модель и выполнена ее программная реализация. Проведенное тестирование показало, что метод позволяет быстро и с высокой точностью восстановить исходную форму возмущения.

Ключевые слова: цунами, моделирование, dart, базисные функции, ортогонализация, полный перебор.

A. A. Romanenko, P. V. Tatarintsev

ALGORITHM FOR RECONSTRUCTION OF THE INITIAL SURFACE DISTURBANCE AT THE TSUNAMI EPICENTER

One of the challenges in tsunami waves modeling is connected to a lack of data on the form of the water surface disturbance at the epicenter of events. Existing methods for the determination of the initial shape does not allow one to obtain all the required parameters of the earthquake in real time and with sufficient accuracy. Substituted data are used to assess the form of the water surface, for example, data on the profile of the tsunami wave as it passes over the deep water level recorder. We propose another method to the problem of water disturbance reconstruction, namely the approximation of wave profile obtained by deep water level recorder with linear combination of synthetic (pre-calculated) marigrams. This method allows one to get more precise form of the initial disturbance and takes less time. Mathematical model was developed and software implementation was introduced.

АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОРМЫ НАЧАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ В ИСТОЧНИКЕ ЦУНАМИ

Одна из проблем при моделировании волны цунами связана с недостатком данных о форме возмущения водной поверхности в эпицентре события. Существующие методы определения этой начальной формы не позволяют быстро и с достаточной точностью получить все требуемые параметры землетрясения, поэтому для оценки формы водной поверхности используются, например, данные о профиле волны при ее прохождении через глубоководный мареограф. В работе предлагается еще один подход к решению задачи восстановления формы возмущения в эпицентре, а именно: аппроксимация записи глубоководного мареографа линейной комбинацией синтетических (расчетных) мареограмм. Метод позволяет за меньшее время получить более точную форму исходного возмущения. Была разработана математическая модель и выполнена ее программная реализация. Проведенное тестирование показало, что метод позволяет быстро и с высокой точностью восстановить исходную форму возмущения.

Ключевые слова: цунами, моделирование, *dart*, базисные функции, ортогонализация, полный перебор.

Введение

Катастрофическое землетрясение магнитудой 9, произошедшее 11 марта 2011 г. у северо-восточного побережья Японии (38.297 N, 142.373 E, глубина 29 км), и вызванная им волна цунами, повлекшая огромные человеческие жертвы (15 854 погибших и 3 203 пропавших без вести по данным 8 марта 2012 г.) и экономический ущерб в Японии на уровне 200 миллиардов долларов США, показали, что, несмотря на развитие теории моделирования и высокопроизводительных вычислительных систем, задача защиты населения прибрежных территорий на базе оперативного прогноза параметров волны цунами остается нерешенной. В данном случае время добегания волны цунами до ближайшей точки побережья Японии составило около 20 минут, что сделало практически невозможным своевременный прогноз опасности цунами. Однако напомним про землетрясение 27 февраля 2010 г. у побережья Чили магнитудой 9, пятое по силе за всю историю инструментальных наблюдений. В Японии, где волна ожидалась в середине дня 28 февраля (в момент наиболее высокого прилива), было объявлено предупреждение об угрозе цунами с ожидаемой высотой волны до 3 м. Были остановлены поезда в прибрежной зоне, проведены эвакуационные мероприятия. На практике высота волны не превысила 1,2 м, т. е. никакой опасности побережью Японии не было. Следовательно, несмотря на развитые инструменты математического и компьютерного моделирования, наличие системы наблюдения за цунами (глубоководные гидрофизические станции) и суперкомпьютеры, решение задач оперативного прогноза параметров волн цунами требует дополнительных исследований.

Романенко А. А., Татаринцев П. В. Алгоритм восстановления формы начального возмущения в источнике цунами // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Информационные технологии. 2013. Т. 11, вып. 1. С. 113–123.

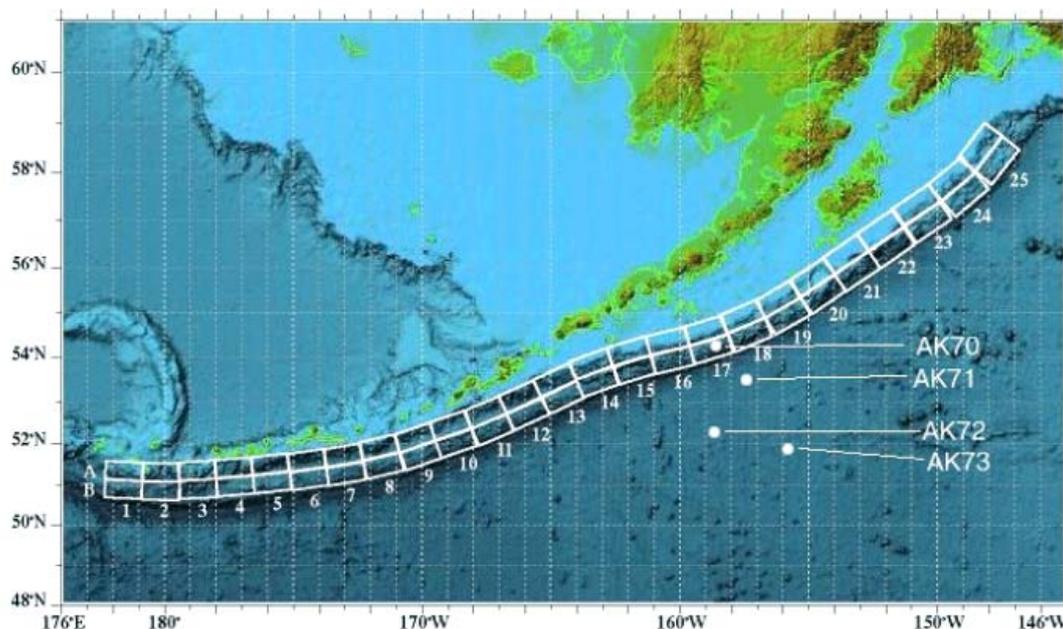


Рис. 1. Пространственное расположение «эталонных» источников вдоль Аляскинско-Алеутской зоны субдукции

Одним из не до конца решенных вопросов является определение начальной формы волны в источнике цунами. Для этого существует несколько методов. Один из них связан с численным решением обратной задачи восстановления источника в гиперболическом уравнении, исходными данными для которой служат записи глубоководных гидрофизических станций, например серии DART (Deep-ocean Assessment and Reporting of Tsunamis) производства США¹. Распространение волны моделируется в рамках квазилинейного приближения модели мелкой воды, что позволяет численно решать обратную задачу восстановления параметров источника (т. е. рассчитать форму начального возмущения водной поверхности) за приемлемое время. Перспективной является «одномерная» версия этого метода – обращение записи мареографа вдоль трассы наискорейшего добегания возмущения от источника до приемника [1], коэффициент убывания амплитуды вдоль данной трассы рассчитывается по специальному алгоритму. В рамках этого метода форма сечения (вдоль данной трассы) исходного возмущения в источнике цунами вычисляется без каких-либо начальных предположений.

Восстановление очага цунами методом предварительных вычислений

Хорошие результаты показывает так называемый метод предварительных вычислений [2], на описании которого остановимся подробнее.

Для восстановления формы первоначального возмущения водной поверхности было предложено аппроксимировать запись глубоководного мареографа линейной комбинацией синтетических (расчетных) мареограмм. Для получения этих расчетных мареограмм Аляскинско-Алеутская зона субдукции (являющаяся источником цунамигенных землетрясений) была покрыта системой «эталонных» источников – прямоугольников размером 50×100 км (всего пятьдесят прямоугольников, расположенных в две линии) (рис. 1). Выбор характерного размера «эталонных» источников соответствует типичному размеру зоны возмущения морского дна при землетрясении магнитудой 7,5 – принятой нижней границе события, служащего источником цунами.

¹ National Data Buoy Center. URL: <http://www.ndbc.noaa.gov/dart.shtml>

Рис. 2. Поле смещения водной поверхности в «эталонном» источнике

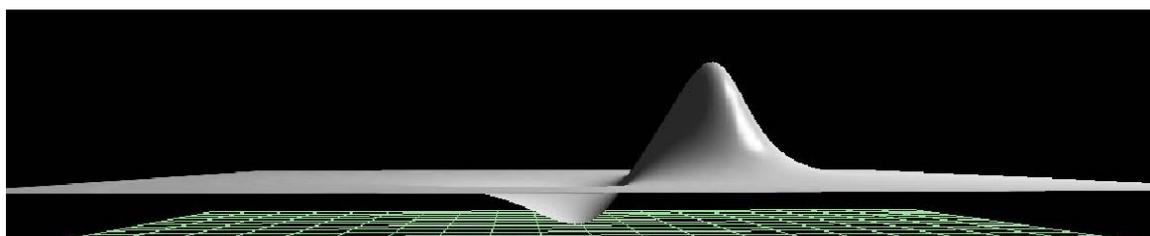
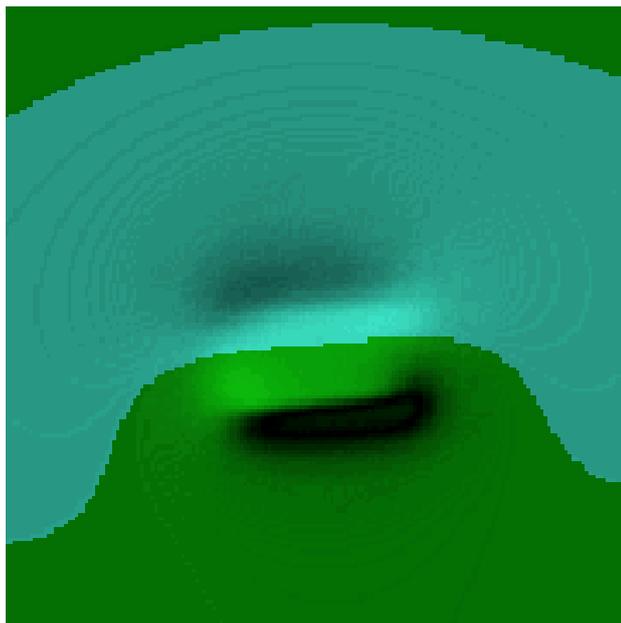


Рис. 3. Профиль вертикальных смещений в «эталонном» источнике

Затем в каждый «эталонный» источник (прямоугольник) была помещена предварительно выбранная характерная форма возмущения морского дна соответствующей амплитуды (приблизительно +0,8 м, рис. 2, 3) и численно определены параметры волны от такого возмущения во всей акватории Тихого океана. Расчеты проводились в рамках приближения теории мелкой воды, являющейся частным случаем системы уравнений Эйлера. Тогда же было высказано предположение, что практически любой очаг цунами может быть представлен как линейная комбинация нескольких таких «эталонных» источников. Заполнение базы данных синтетических мареограмм началось после Андреановского события 1996 г. Она постоянно пополнялась для различных зон субдукции Тихого и Индийского океанов, уточнялась после очередного события, чтобы охватить как можно больше возможных сценариев распространения волн цунами. Насчитанная база данных синтетических мареограмм (изменение уровня водной поверхности во времени) для всех точек мирового океана от «эталонных» источников сейчас доступна в сети Интернет ².

Оказалось, что сигнал от неизвестного источника цунами можно с удовлетворительной точностью приблизить линейной комбинацией синтетических сигналов, вычисленных заранее, от «эталонных» источников. Таким образом, определение начальной формы возмущения морской поверхности в источнике цунами сводится к классической задаче минимизации функционала невязки – нормы разности записи мареографа и линейной комбинации синтетических мареограмм. Для решения этой задачи можно воспользоваться любым из ряда хо-

² National Oceanic and Atmospheric Administration Center for Tsunami Research. URL: <http://sift.pmel.noaa.gov/thredds/dodsC/uncompressed/>

рошо известных методов, например Ньютоновского типа. Для того чтобы не столкнуться с возможными сложностями, связанными с особенностями структуры функционала невязки, было предложено воспользоваться также методом полного перебора (BruteForce, [3]). Соответствующее программное приложение автоматически подбирает коэффициенты линейной комбинации сигналов от базисных источников, показывая достаточно хорошее соответствие как модельным, так и реальным данным. В алгоритме полного перебора коэффициенты перед базисными функциями менялись в интервале от 0 до 5 с шагом 0,2, данные коэффициенты соответствуют высоте волн пропорционально амплитуде базисного источника. Выбранный интервал является достаточным, так как охватывает события последних лет. В частности, по данным события в Самоа³ 29 сентября 2009 г. высота волны в эпицентре достигала четырех метров, что является неожиданно большой амплитудой. Недостаток метода состоит в экспоненциальном росте затрат времени с ростом количества «эталонных» источников. Так, при наличии более 4 источников метод не даёт решения за приемлемое время. Алгоритм был перенесен на многоядерные системы и графические процессоры, что дало приемлемое (единицы секунд) время восстановления формы для источника, состоящего не более чем из 4–5 «эталонных» источников. Однако в случае большей зоны начального возмущения данный подход требует много большего числа «эталонных» источников, с чем соответственно растёт вычислительная нагрузка, что требует наличия суперкомпьютера.

Естественным развитием метода полного перебора стало предложение авторов о восстановлении формы первоначального смещения водной поверхности в очаге цунами путем разложения наблюдаемого профиля волны цунами (записанного глубоководной гидрофизической станцией) по «базисным» функциям – синтетическим (расчетным) сигналам от «эталонных» источников, т. е. вычисленные в точке расположения глубоководной станции мареограммы трактуются как линейно независимые функции. Задача рассматривается как классическая математическая проблема наилучшего приближения данной функции (записанного мареографом реального профиля волны) линейной комбинацией независимых функций данной конечной системы в смысле среднеквадратичного отклонения (в норме пространства L_2). Как показано в настоящей работе, этот подход даёт хорошее приближение реального сигнала и позволяет одновременно принимать во внимание десятки «эталонных» источников.

Вычислительная сложность предлагаемого подхода линейно зависит от количества «эталонных» источников, что позволяет на персональном компьютере проводить расчет за доли секунды для источника, состоящего из 5–10 «эталонных» источников.

Математическая модель

Постановка задачи. Через $f(t)$ будем обозначать мареограмму, записанную принимающей станцией DART, а через $f_k(t)$, ($k = 1, \dots, N$) – синтетические мареограммы (рассчитанные в точке расположения данной станции DART путем прямого численного моделирования в рамках приближения теории мелкой воды), порожденные возмущением заданной формы соответствующей амплитуды, помещенными в k -й «эталонный» источник. Будем считать функции $f_k(t)$ линейно независимыми и рассмотрим вопрос о нахождении коэффициентов линейной комбинации этих функций b_k , наилучшим образом приближающей данную функцию $f(t)$ по норме пространства L_2 :

$$\int_0^T \left(\sum_{k=1}^N b_k f_k(t) - f(t) \right)^2 dt \rightarrow \min. \quad (1)$$

Из теории рядов Фурье известно, что если система функций ортогональна и нормирована, то коэффициенты наилучшего приближения данной функции линейной комбинацией конечного отрезка этой системы есть коэффициенты Фурье разложения приближаемой функции по данной базисной системе [4]. Поэтому мы предлагаем следующий алгоритм поиска коэффициентов линейной комбинации наилучшего приближения заданной функции: ортогонали-

³ National Oceanic and Atmospheric Administration Center for Tsunami Research. URL: <http://nctr.pmel.noaa.gov/samoa20090929/>

зация мареограмм от «эталонных» источников; разложение записанной реальной мареограммы в ряд Фурье по полученному ортогональному базису; пересчет найденных коэффициентов в терминах исходных функций – синтетических мареограмм от «эталонных» источников.

Для ортогонализации синтетических мареограмм используем хорошо известный метод Грамма – Шмидта [5]. Рассмотрим его более подробно. Пусть задан набор функций $f_k(t)$. В дальнейшем при выполнении расчетов эти функции будут использоваться в виде n -мерных векторов $f_k^n(x_k^1, \dots, x_k^n)$ – последовательностей вычисленных высот волны в моменты времени t_1, \dots, t_n . Эти высоты вычисляются как следы решения системы мелкой воды в соответствующие моменты времени, порожденного возмущением соответствующей амплитуды, помещенным в k -й «эталонный» источник. Функции рассматриваются на интервале $t \in (t_0, T)$, на выборе которого остановимся подробнее. В данной прикладной задаче это интервал времени, когда мареограф фиксирует проходящую над ним волну цунами. Будем считать, что сейсмическое событие произошло в нулевой момент времени. Предположим также, что в этот же момент времени мы начинали расчет функций $f_k(t)$, волновых профилей от «эталонных» источников. Тогда в качестве начального момента времени t_0 можно выбрать наименьшее время, когда возмущение от «ближайшего» «эталонного» источника фиксируется на приемнике. Однако, не ограничивая общности, можно считать, что $t_0 = 0$.

Ортогональность будем понимать в смысле стандартного скалярного произведения:

$$(f_i(t), f_j(t)) = \int_0^T f_i(t) f_j(t) dt. \quad (2)$$

Систему функций $\{f_k\}$ преобразуем к ортогональной системе $\{e_k\}$ в смысле скалярного произведения (1). Положим

$$e_1 = f_1. \quad (3)$$

Функцию e_2 будем искать в виде

$$e_2 = f_2 + l_{2,1} e_1. \quad (4)$$

Число $l_{2,1}$ подберем так, чтобы $(e_2, e_1) = 0$, т. е. $(f_2 + l_{2,1} e_1, e_1) = 0$. Отсюда

$$l_{2,1} = -(f_2, e_1) / (e_1, e_1).$$

Предположим, что попарно ортогональные и отличные от нуля функции e_1, e_2, \dots, e_{k-1} уже построены. Функцию e_k ищем в виде

$$e_k = f_k + l_{k,1} e_1 + \dots + l_{k,k-1} e_{k-1}, \quad (5)$$

т. е. функцию e_k мы получаем, как линейную комбинацию функции f_k и уже построенных функций e_1, e_2, \dots, e_{k-1} . Коэффициенты $l_{k,1}, l_{k,2}, \dots, l_{k,k-1}$ находим из условия ортогональности функции $e_k = f_k + l_{k,1} e_1 + \dots + l_{k,k-1} e_{k-1}$ ко всем функциям e_1, e_2, \dots, e_{k-1} , т. е. как решение системы уравнений:

$$\begin{aligned} (f_k + l_{k,1} e_1 + \dots + l_{k,k-1} e_{k-1}, e_1) &= 0; \\ (f_k + l_{k,1} e_1 + \dots + l_{k,k-1} e_{k-1}, e_2) &= 0; \\ &\vdots \\ (f_k + l_{k,1} e_1 + \dots + l_{k,k-1} e_{k-1}, e_{k-1}) &= 0. \end{aligned}$$

Так как функции e_1, e_2, \dots, e_{k-1} попарно ортогональны, то эта система эквивалентна следующей:

$$\begin{aligned} (f_k e_1) + l_{k,1} (e_1, e_1) &= 0; \\ &\vdots \\ (f_k, e_{k-1}) + l_{k,k-1} (e_{k-1}, e_{k-1}) &= 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$l_{k,i} = -\frac{(f_k, e_i)}{e_i, e_i}, \quad i = 1, \dots, k-1.$$

Как хорошо известно, наилучшее приближение по норме L_2 данной функции f линейной комбинацией ортогональных функций e_k [4]

$$f = \sum_{i=1}^k a_i e_i \quad (6)$$

дают коэффициенты Фурье a_i разложения функции f по системе e_k

$$a_i = \frac{\int_{t_0}^T f(t) e_i(t) dt}{\int_{t_0}^T e_i^2(t) dt}.$$

Теперь нам осталось описать вычисление коэффициентов a_i в терминах исходной системы функций f_k .

Представим равенства (3)–(5) в виде системы, удобной для дальнейшего анализа:

$$\begin{cases} e_1 = f_1 \\ e_2 = f_2 + l_{2,1} e_1 = f_2 + l_{2,1} f_1 \\ \vdots \\ e_k = f_k + l_{k,1} e_1 + \dots + l_{k,k-1} e_{k-1} = f_k + l_{k,1} f_1 + l_{k,2} (f_2 + l_{2,1} f_1) + \dots \end{cases}$$

Подставляя уравнения системы (6) в (5), получим следующее равенство:

$$f = \sum_{i=1}^k a_i e_i = a_1 e_1 + \dots + a_k e_k = a_1 f_1 + a_2 (f_2 + l_{2,1} f_1) + \dots + a_k (f_k + \sum_{i=1}^{k-1} l_{k,i} e_i).$$

Последнее равенство удобно представить в матричном виде $f = L \times M$, где матрицы L и M имеют вид

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ l_{2,1} & 1 & \dots & \dots & \vdots \\ l_{3,1} + l_{3,2} l_{2,1} & l_{3,2} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} a_1 f_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_2 f_1 & a_2 f_2 & \dots & \dots & \vdots \\ a_3 f_1 & a_3 f_2 & a_3 f_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}.$$

Введем обозначение

$$L' = \begin{pmatrix} l_{2,1} & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{k,1} & \dots & l_{k,k-1} \end{pmatrix}.$$

Тогда искомые коэффициенты b_k разложения функции f , выражаются следующим образом:

$$\begin{cases} b_k = a_k, \\ b_{k-1} = a_{k-1} + a_k F(L', k, k-1), \\ b_{k-2} = a_{k-2} + a_{k-1} F(L', k-1, k-2) + a_k F(L', k, k-2), \\ b_i = a_i + \sum_{j=i+1}^k a_j F(L', j, i). \end{cases} \quad (7)$$

$$F(L', j, i) = \begin{cases} 0, & \text{если } j = i, \\ l_{j,i}, & \text{если } j = i+1, \\ l_{j,i} + \sum_{k=i+1}^{j-1} l_{j,k} F(L', k, i), & \text{если } j \neq i, j \neq i+1. \end{cases}$$

Таким образом, сначала выполняется ортогонализация (3)–(5), затем – разложение записанной реальной мареограммы в ряд Фурье по полученному ортогональному базису (6) и, наконец, пересчет найденных коэффициентов в терминах исходных функций (7).

Тестирование алгоритма

Известно, что метод Грамма – Шмидта позволяет получить из произвольной линейно независимой системы функций ортогональную систему. Однако априори ниоткуда не следует линейная независимость следов решений нашей системы мелкой воды в точке наблюдения (на произвольно взятом мареографе). Кроме того, в случае, если наши функции $f_k(t)$ близки к коллинеарным, численная реализация метода могла бы показать нестабильные результаты. Поэтому процесс ортогонализации систем $f_k(t)$ был численно верифицирован.

Для проверки системы $\{f_k\}$ на ортогональность / коллинеарность были выбраны АК70, АК71, АК72, АК73 (см. рис. 1) регистрирующие станции и А4, А5, В4, В5 эталонные источники (1). Были вычислены отношения скалярных произведений пар функций f_i, f_j и произведений их норм. Для ортогональных функций это отношение равно нулю, а для коллинеарных – единице. Из приведенных в таблице данных видно, что функции системы $\{f_k\}$ не являются коллинеарными.

Скалярное произведение и произведение норм

Регистрирующая станция	(f_1, f_2)	$\sqrt{ f_1 } f_2 $	(f_2, f_3)	$\sqrt{ f_2 } f_3 $	(f_2, f_4)	$\sqrt{ f_2 } f_4 $
АК70	–	–	0,35	0,62	–	–
АК71	0,69	1,46	0,3	0,43	0,42	0,43
АК72	0,75	1,74	0,36	0,6	–	–
АК73	0,52	1,47	0,27	0,51	0,39	0,48

Описанный в предыдущем разделе алгоритм был программно реализован. Для произвольной функции $f(t)$, определенной на интервале $t_0 < t < T$, и для заданного набора функций $f_k(t)$ ($k = 1, \dots, N$) вычисляется набор коэффициентов b_k , минимизирующий разность (1).

Тестирование программы проводилось на серии различных данных. На первом этапе работа алгоритма проверялась на модельных экспериментах с синтетической батиметрией, качественно описывающей типичное строение дна около зон субдукции. Записи глубоководных гидрофизических станций определялись путем прямого численного моделирования. Затем было проведено сравнение результатов с данными, которые получены с использованием полного перебора [3].

Сравнение с синтетическими данными

Сначала была взята синтетическая форма поверхности дна океана, повторяющая в общих чертах поведение батиметрии в районе Аляско-Алеутской зоны субдукции. Первоначальное смещение водной поверхности (source area) выбиралось в соответствии с расположением системы «эталонных» источников, показанном на рис. 1. В целях определения зоны расположения приемников, по сигналам с которых можно восстановить исходное возмущение, приемники были расположены в одиннадцать линий параллельно берегу с расстоянием между этими линиями в 50 км. Первая линия была расположена в 50 км, а последняя – в 550 км от берега. На каждой из этих линий на расстоянии 50 км друг от друга располагалось 8 приемников (регистраторы с номерами 4–11). На рис. 4 представлено вертикальное сечение этой синтетической батиметрии в направлении, перпендикулярном береговой линии. Ясно показан характерный профиль глубин, включающий зону расположения «эталонных» источников, показано серым. Приемники показаны крестиками. Смещение было задано как суперпозиция возмущений в четырех «эталонных» источниках с различными наборами ко-

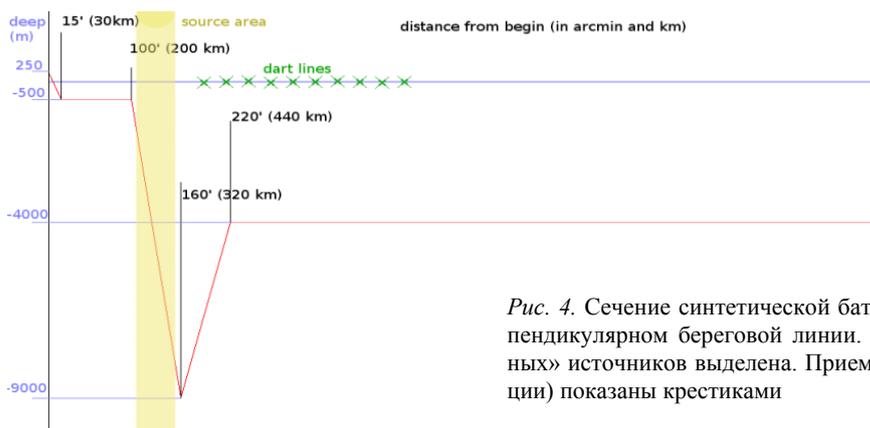


Рис. 4. Сечение синтетической батиметрии в направлении, перпендикулярном береговой линии. Зона расположения «эталонных» источников выделена. Приемники (регистрирующие станции) показаны крестиками

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1 Dart		4		5		6		7		8		9		10		11	
2										0.5	0.3						
3										0.8	0.4						
4																	
5 Km																	
6	50		0.499852	0.300186	0.499874	0.300142	0.50044	0.300163	0.499923	0.300212	0.499979	0.30031	0.499996	0.300096			
7			0.800261	0.399624	0.80022	0.399706	0.7999	0.399378	0.800152	0.399847	0.79968	0.40002	0.799815	0.400045			
8																	
9	100		0.499871	0.30023										0.500085	0.300486		
10			0.800268	0.399574										0.799442	0.399934		
11																	
12	250		0.499669	0.300424					0.497637	0.302516							
13			0.800467	0.399513					0.802309	0.397899							
14																	
15	450		0.49779	0.300762					0.49902	0.301319						0.500023	0.300827
16			0.800884	0.400838					0.808791	0.391121						0.798555	0.400852

Рис. 5. Точность восстановления коэффициентов линейной комбинации «эталонных» источников. Относительная ошибка не превышает 0,1 %

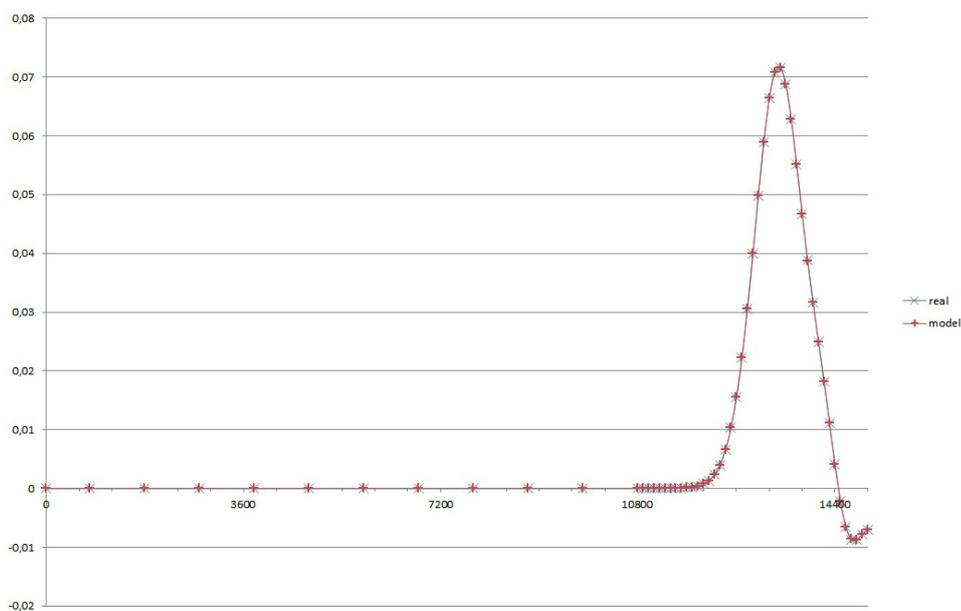


Рис. 6. Сравнение реальной и модельной мареограмм

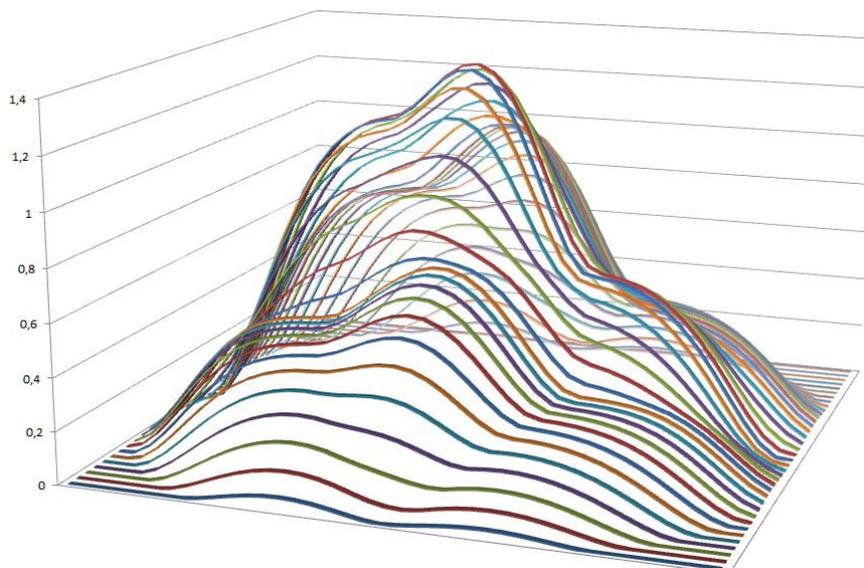


Рис. 7. Восстановленная форма первоначального смещения

эффициентов соответствующей линейной комбинации. Сигналы от этих четырех «эталонных» источников были заранее рассчитаны для всех приемников.

На рис. 5 представлены результаты восстановления коэффициентов для линий приемников, расположенных на расстоянии 50, 100, 250 и 450 км от берега. Сверху показаны значения 4 коэффициентов линейной комбинации начального возмущения, значения которых восстанавливались методом ортогонального разложения. На каждой регистрирующей станции (DART) восстанавливались исходные 4 коэффициента. Видно, что результат восстановления совпадает с ними с высокой точностью. Чтобы не перегружать рисунок, приведены не все четверки восстановленных значений.

На рис. 6 представлены профили линейной комбинации сигналов с восстановленными коэффициентами и реального сигнала. Вдоль горизонтальной оси показано время в секундах. Вдоль вертикальной оси – высота в метрах. Норма разности между данными функциями в пространстве L_2 составляет $6 \cdot 10^{-3}$.

По восстановленным коэффициентам было построено первоначальное возмущение (рис. 7). По вертикали отложена высота в метрах. Разница между исходной и восстановленной формами первоначального смещения не превышает 1 % от исходной формы.

Аналогичный положительный результат был получен со значительно различающимися значениями коэффициентов, а именно коэффициенты имели значения (1, 3, 2, 0,5).

Таким образом, были проведены разные серии экспериментов, как с близкими коэффициентами, так и сильно отличающимися. Как показывают результаты, в рассматриваемой зоне, а именно 400 на 500 км, по сигналам с приемников коэффициенты восстанавливаются с очень высокой точностью. Получающаяся относительная погрешность (расхождение во 2–3-м знаке после запятой) не превышает 0,1 %. Точность восстановления во всей рассматриваемой области равномерна.

Сравнение с методом полного перебора

В [3] описан следующий вычислительный эксперимент. Сигналы, полученные на регистрирующих станциях, приближались линейной комбинацией синтетических сигналов, рассчитанных от «эталонных» источников, с определенными коэффициентами. Аналогичные данные были обработаны предложенным методом ортогонального разложения. По сейсмиче-

Station	A4	A5	B4	B5		A4	A5	B4	B5	Length
Метод ортогонального разложения						Метод перебора коэффициентов				
ak70	0	0.578195	3.73232	0		0	0.6	3.6	0	90-126
ak72	0.40757	0.209797	4.64969	0		0.4	0.2	4.6	0	86-143
ak73	0.955309	0.238924	2.76058	0.188167		1	0.2	2.6	0.2	101-154

Рис. 8. Сравнение результатов метода ортогонального разложения с методом перебора коэффициентов

ским данным, эпицентр Андреановского землетрясения 1996 г.⁴ находился в зоне, покрываемом набором А4, А5, В4, В5 «эталонных» источников. Детекторы обозначены АК70, АК72, АК73 (см. рис. 1). На рис. 8 приведены значения коэффициентов при функциях f_1, \dots, f_4 – синтетических мареограммах от «эталонных» источников А4, А5, В4, В5 соответственно, обеспечивающих минимум разности (1). Через Length обозначен интервал по времени в минутах, который использовался при расчетах и определении скалярного произведения (2).

При использовании метода полного перебора в [3] значения коэффициентов линейной комбинации приближающих функций менялись шагом 0,2. Этим определяется соответствующая кратность найденных значений коэффициентов. Отметим, что значения коэффициентов, определенные методом ортогонального разложения, отличаются от значений, определенных методом полного перебора, не более чем на величину 0,2 – шага перебора.

Таким образом, предложенный метод ортогонального разложения показал хорошее совпадение с результатом подбора коэффициентов, полученным методом полного перебора.

Обе программы запускались на компьютере со следующими характеристиками: Intel (R) Core(TM) 2 Duo, CPU T6600 2,2 GHz, 4 GB RAM. В случае полного перебора время исполнения составляло более 30 минут, реализация метода ортогонального разложения давала результат менее чем за 1 секунду. Соответственно скорость расчетов нового метода оказалась на несколько порядков выше.

Заключение

Предложен новый подход к восстановлению параметров формы первоначального смещения водной поверхности в источнике цунами. Исходными данными служат записи глубоководных гидрофизических станций, например, серии DART. Предложенный алгоритм был программно реализован и протестирован. Серия численных экспериментов с синтетическими и реальными данными показали как высокую точность получаемого результата, так и существенно более высокую производительность по сравнению с другими известными методами.

Решение прямой задачи распространения цунами от известного источника с помощью пакета MOST требует не менее 15 минут процессорного времени. Точное время работы зависит от шага используемой расчетной сетки, размера области моделирования (определяемой протяженностью зоны защищаемого участка побережья). Метод полного перебора (BruteForce) для решения той же задачи требует до 5 минут при использовании 4 «эталонных» источников. Метод ортогонального разложения на ресурсах стандартного современного ПК позволяет восстанавливать форму начального смещения менее чем за 1 секунду в случае размера зоны смещения.

Список литературы

1. Романов В. Г., Мошкалев П. С. Одномерная обратная задача об определении источника цунами // Сиб. журн. индустр. матем. 2011. Т. 14, № 3. С. 87–99.
2. Gica E., Spillane M., Titov V., Chamberlin C., Newman J. Development of the Forecast Propagation Database for NOAA's Short-Term Inundation Forecast for Tsunamis (Sift) // NOAA

⁴ National Oceanic and Atmospheric Administration Center for Tsunami Research. URL: <http://nctr.pmel.noaa.gov/andreanov960610.html>

Technical Memorandum OAR PMEL-139 / Pacific Marine Environmental Laboratory. Seattle, WA, 2008.

3. *Bezhaev A. Yu., Marchuk A. G., Titov V. V.* Estimation of Initial Elevation in the Extended Tsunami Sources on the Base of Deep Water Wave Measurements. URL: http://www.ict.nsc.ru/ws/hazards_2007/12510/Bezhaev_full_v2.pdf

4. *Бугров Я. С., Никольский С. М.* Высшая математика: Учебник для вузов: В 3 т. / Под ред. В. А. Садовниченко. 6-е изд., стереотип. М.: Дрофа, 2004.

5. *Подвигин И. В.* Гильбертово пространство в примерах и задачах: Учеб.-метод. пособие / Новосиб. гос. унт-т. Новосибирск, 2012.

Материал поступил в редколлегию 25.02.2013

A. A. Romanenko, P. V. Tatarintsev

**ALGORITHM FOR RECONSTRUCTION OF THE INITIAL SURFACE DISTURBANCE
AT THE TSUNAMI EPICENTER**

One of the challenges in tsunami waves modeling is connected to a lack of data on the form of the water surface disturbance at the epicenter of events. Existing methods for the determination of the initial shape does not allow one to obtain all the required parameters of the earthquake in real time and with sufficient accuracy. Substituted data are used to assess the form of the water surface, for example, data on the profile of the tsunami wave as it passes over the deep water level recorder. We propose another method to the problem of water disturbance reconstruction, namely the approximation of wave profile obtained by deep water level recorder with linear combination of synthetic (pre-calculated) marigrams. This method allows one to get more precise form of the initial disturbance and takes less time. Mathematical model was developed and software implementation was introduced. Testing has shown good correlation between real data and computed one.

Keywords: tsunami, modeling, dart, basic functions, orthogonalization, brute force.